LES MATHS ET MOI, LES MATHS POURQUOI ?

Dialogue entre des lycéens, en France et au Niger, et une mathématicienne

L'année mondiale des mathématiques

L'Union Mathématique Internationale a lancé en 1992 le projet d'une année mondiale des mathématiques en l'an 2000, avec le soutien de l'UNESCO.

Un de ses principaux objectifs était de rendre accessible à un large public l'intérêt des recherches en mathématiques, leur intervention dans de nombreux secteurs de la vie quotidienne et économique et leur vitalité actuelle. Les manifestations dans le monde entier ont porté sur trois thèmes :

— les grands défis du XXI^{e} siècle : des mathématiciens ont décrit les problèmes non résolus à ce jour et qui leur semblent d'une importance fondamentale pour la discipline. Des conférences et des livres ont abordé ces questions ;

— les mathématiques : une clé pour le développement. Le but était d'améliorer, pour les pays dont l'activité mathématique est faible, l'éducation, la recherche et surtout l'accès aux moyens modernes d'information scientifique comme les bibliothèques électroniques ;

— l'image des mathématiques : améliorer l'image des mathématiques, faire en sorte qu'elles soient plus présentes dans les médias et montrer leur rôle dans la société.

La préoccupation de la culture scientifique est donc au cœur de ce projet. L'année mondiale des mathématiques a été l'occasion de multiples initiatives à Rennes, et aussi à Niamey (Niger) dans le cadre d'échanges qui se développent de longue date. Il ne pouvait être question de faire ici un compte rendu complet de ces activités.

J'ai choisi de me concentrer sur le compte rendu de rencontres avec des élèves de lycée. Pour diverses raisons. D'abord j'ai trouvé les opinions et questions des élèves d'une grande pertinence. J'ai pris plaisir

à leur répondre et j'ai eu l'occasion dans mes réponses d'aborder plusieurs sujets qui me tiennent à cœur.

Il y a aussi la dimension des échanges culturels. Avoir mené une activité identique dans des contextes si différents — en Bretagne et au Niger — est une originalité de la démarche. Il s'ensuit une richesse de matériau qui permet, mieux qu'un long discours, de faire toucher du doigt le côté universel du questionnement des élèves, et aussi les énormes différences liées au contexte.

Par ce texte, je ne souhaite pas proposer des conclusions, mais plutôt suggérer une méthode. On peut, sans beaucoup de préparation, et dans des circonstances très diversifiées, en posant des questions simples, aborder avec des lycéens et lycéennes des sujets très variés et très riches qui touchent au cœur de la démarche scientifique, de son utilité sociale et de l'aventure intellectuelle et personnelle qu'elle représente pour les chercheurs.

Rencontres avec des élèves de terminale en Bretagne et au Niger

Ces rencontres avec des élèves de classes de terminale scientifique ont eu lieu à l'automne 2000. Deux classes en milieu rural dans la région de Rennes, une classe dans l'un des lycées de Niamey, la capitale du Niger. Les consignes qui leur avaient été données étaient simples : s'exprimer par écrit sur le thème « Les maths et moi, les maths pourquoi ? », avant de rencontrer deux mathématiciens.

Toutes leurs questions sont retranscrites dans le texte qui suit. Je n'ai exercé aucune censure. Il y a eu d'autres questions orales qui n'ont pas été notées. Certaines questions ou opinions ne sont pas faciles à interpréter, mais le temps a manqué pour les faire préciser et je les transmets telles quelles.

Le texte qui suit n'est pas un compte rendu de ce qui s'est passé. C'est une reconstruction *a posteriori* effectuée par moi. En particulier, les réponses apparaissent toutes comme énoncées par moi alors qu'en réalité nous étions toujours deux intervenants (Jean-Pierre Escofier et moi en Bretagne, Philippe Bardy et moi à Niamey). Il n'y a pas de notes de ce que nous avons dit. En situation, nous découvrions les questions et y répondions sur le vif, nous n'avions donc rien préparé de particulier. Nous n'avons pu répondre à toutes les questions sur place alors qu'ici j'apporte toujours un élément de réponse ou un commentaire. J'ai regroupé les questions par thèmes, ce qui a pour effet parfois d'entrelarder questions nigériennes et françaises.

J'ai renoncé à faire des commentaires sur les ressemblances et différences entre élèves français et nigériens. Je livre le matériau brut et je laisse à chacun le soin d'y réfléchir. On constatera, en tout cas, que

beaucoup de préoccupations se recoupent. J'indique devant toute question (F) ou (N) suivant son origine, française ou nigérienne.

Quelques opinions d'abord

(F) Les maths et moi.
J'adore les mathématiques, car c'est le seul endroit où on peut réfléchir en toute logique, avec ou sans théorème. L'amour des mathématiques me vient surtout de l'algèbre, ce jeu avec tous ces chiffres qui se croisent et s'entremêlent les uns avec les autres. Cette ribambelle de chiffres m'a toujours fait penser à une chaîne reliant tous les hommes, parce que les nombres expriment le nombre d'habitants, mais aussi parce que ces nombres sont utilisés partout dans le monde. La géométrie est quant à elle un jeu où les formes s'entrechoquent pour essayer de dessiner ou de construire quelque chose. La géométrie me fait penser à l'art, l'architecture, mais aussi à la nature qui n'est selon moi composée que de formes géométriques qui sont remodelées.
Voilà pourquoi les mathématiques et moi pourrions ne former qu'un.

Réponse. Voilà une bien belle déclaration d'amour aux mathématiques !

(N) Les mathématiques et moi.
J'ai choisi les mathématiques depuis la classe de 6^{e} parce que pour moi c'est la matière la plus facile. Bien que maintenant ça devienne de plus en plus difficile.
Je voudrais savoir pourquoi cette matière m'influence.
Où est-ce qu'elle me conduira ?
À quoi me serviront-elles dans la vie et comment ?

Réponse. Souvent on fait des mathématiques parce qu'on y a de la facilité. Il y a aussi toujours un moment où elles deviennent difficiles, mais quand on les a trouvées faciles un certain temps, ça aide à avoir confiance dans ses capacités à surmonter les difficultés. Les autres questions que vous posez sont très personnelles. Ce sera à vous de trouver vos propres réponses.

(N) J'ai eu l'occasion de participer à deux reprises aux championnats des jeux mathématiques, organisés par l'Association Nigérienne des Jeux Mathématiques. J'ai trouvé ces jeux très intéressants.

Réponse. L'aspect ludique des mathématiques est très important. Les mathématiques doivent sortir de la salle de

classe. Le dynamisme de l'Association Nigérienne des Jeux Mathématiques est une excellente chose pour les mathématiques au Niger.

(N) Je trouve que la mathématique est une discipline assez difficile.

Réponse. Et vous n'êtes pas le seul de votre avis.

(N) Les maths, moi je trouve que c'est bien, et j'aime bien continuer à faire des maths.

Réponse. Tant mieux !

(N) Les mathématiques sont très importantes. En plus des connaissances qu'on acquiert en classe, elles permettent de mieux réfléchir face à la vie, créent un esprit réfléchi, organisé. Grâce à leurs difficultés, les mathématiques nous permettent de comprendre certaines difficultés sociales et de mieux les affronter. Ainsi tout le monde doit aimer les mathématiques.

Réponse. Là vous insistez sur un aspect important des mathématiques : en apprenant à résoudre des difficultés mathématiques, on acquiert des méthodes, on forge son caractère et c'est une préparation utile à résoudre d'autres difficultés dans d'autres domaines. Par contre, je ne crois pas qu'on fera aimer les mathématiques à tout le monde en leur disant qu'ils doivent les aimer !

(N) Je pense que les mathématiques sont des sciences qu'en aucun cas l'être humain ne peut ignorer vu leur importance.

Réponse. En fait aucun être humain, sauf handicap particulier, ne les ignore complètement. En connaître suffisamment pour pouvoir faire des choix raisonnés me semble indispensable pour le développement et la démocratie.

Qu'est-ce qu'on apprend en mathématiques ?

(F) À quoi servent réellement les mathématiques à l'être humain pour que cette matière soit présente pratiquement dans tout le programme scolaire ?

Réponse. C'est une très bonne question. On devrait se la poser lorsqu'on réfléchit aux programmes de l'enseignement. Je crois qu'il faut laisser cette question ouverte, car personne n'en possède la réponse définitive. Il y a des choses assez claires pour l'enseignement primaire : compter est aussi important dans la vie que lire et écrire. À partir du collège, du lycée, la question devient complexe car il y a beaucoup

d'aspects différents. Les mathématiques sont une science en elles-mêmes, un outil pour comprendre le monde, un jeu, un plaisir, une source de beauté : tous ces aspects sont importants pour les êtres humains et devraient apparaître dans l'enseignement.

(N) Quel est le but principal de l'enseignement des mathématiques ?
(N) Qu'est ce qu'on apprend en mathématiques ?

Réponse. Là encore bonnes questions et réponse difficile à formuler. Je crois que vos questions suggèrent qu'on apprend ou devrait apprendre en mathématiques autre chose que des formules toutes faites. Idéalement en mathématiques on devrait apprendre à se poser des questions et aussi étudier les méthodes qu'ont développées les mathématiciens depuis des siècles pour les résoudre. On devrait apprendre à modéliser une situation concrète et à utiliser des outils mathématiques pour l'étudier.

(N) Quelle est l'importance des mathématiques (pour s'initier à la réflexion, nous préparer à faire de la physique ou de l'informatique) ?
(N) Quel(s) intérêt(s) pouvons-nous tirer de l'apprentissage des mathématiques ?

Réponse. Les mathématiques sont indispensables à toutes les autres sciences et elles constituent aussi une initiation à la réflexion.

(N) Je pense que certains chapitres en mathématiques sont irréels, on a l'impression qu'ils ne servent à rien, c'est seulement pour pousser l'être humain à réfléchir. Par contre certains chapitres nous aident à comprendre certains phénomènes.

Réponse. C'est vrai que les mathématiques ont une dimension « irréelle ». Ça fait d'ailleurs partie de leur charme pour certains. Mais ce que les mathématiciens constatent à travers l'histoire des mathématiques, c'est que des questions qui semblaient tout à fait irréelles au départ, des questions que seulement des mathématiciens obsédés de mathématique se posaient ont maintenant un impact pratique très important et qui surprend les mathématiciens eux-mêmes. Par exemple, l'arithmétique existe depuis des millénaires, et les propriétés des nombres entiers, des nombres premiers étaient le règne de la science pure. Et maintenant, ces propriétés des nombres

sont à la base des systèmes de cryptographie utilisés par les banques pour transmettre de façon sûre des informations secrètes. Il a fallu plusieurs millénaires pour passer de l'irréel au réel dans ce cas.

(N) Je trouve les mathématiques moins intéressantes que la physique : en cinématique par exemple on est confronté à des exercices du genre : une auto parcourt telle distance à telle vitesse, quelle est son accélération ? Alors qu'en maths les nombres complexes par exemple ne sont constitués que de démonstrations, de suppositions qui paraissent vraiment trop abstraites.
Vous qui êtes chercheur, pouvez-vous me dire dans quel domaine de la vie interviennent les nombres complexes par exemple ?

Réponse. Pour moi, c'était un peu le contraire, c'est la physique que j'avais du mal à comprendre. Mais je vois ce que vous voulez dire. Les nombres complexes sont un très bon exemple. Ils ont été développés depuis environ deux cents ans par les mathématiciens, à partir de problèmes d'algèbre : on voulait trouver des racines à toutes les équations et pour cela il fallait trouver de nouveaux nombres. On a été satisfait quand on a étudié les nombres complexes, car toute équation algébrique a une solution. On a découvert ensuite que les nombres complexes sont très utiles en physique, dans l'étude des phénomènes périodiques, en aéronautique pour profiler les ailes d'avion, par exemple. Malheureusement on ne voit pas cela en terminale, on voit seulement les premières définitions. Et on n'en parle pas assez à l'université non plus.

(N) Y a-t-il un ensemble plus grand que l'ensemble des complexes ? Si oui, donnez son nom.

Réponse. C'est la seule question vraiment mathématique qui m'ait été posée dans les trois classes où je suis allée rencontrer des élèves. Oui, il y a beaucoup d'ensembles plus grands que l'ensemble des nombres complexes. Par exemple : les nombres complexes s'identifient au plan réel, qui est de dimension 2 et l'espace dans lequel nous vivons est de dimension 3. Un ensemble de dimension 3 contient beaucoup de tels plans. Mais dans un autre sens, l'ensemble des nombres complexes est bien le plus grand ensemble de nombres qu'on a besoin de définir pour que toutes les équations algébriques aient des solutions. Quand on a étudié les nombres complexes, on est allé jusqu'au bout de la construction

des nombres qu'ont développée les mathématiciens dans l'histoire, pour résoudre toutes les équations algébriques.

À quoi servent les mathématiques ?

(N) Les mathématiques constituent une matières très intéressante dans la mesure où elles permettent de réfléchir et de développer et d'améliorer notre capacité de réflexion. Cependant on remarque qu'on ne nous enseigne pas les rapports entre les mathématiques et notre vie quotidienne. Par exemple, à quoi sert l'étude des fonctions, du moins dans quelle situation peut-on utiliser ce chapitre ? Donc toute ma question repose sur : quels sont les rapports des mathématiques avec notre vie de toujours ? Et pourra-t-on revoir la façon d'enseigner les mathématiques pour qu'à la fin de chaque chapitre on nous montre son intérêt dans la vie ?

(F) On peut se demander quelle est l'utilité de certaines notions mathématiques dans la vie. Par exemple, les dérivées, les limites, les nombres complexes… On peut aussi se demander à quoi servent toutes les fonctions qu'on étudie en maths, par exemple la fonction inverse, la fonction racine carrée : que représentent-elles concrètement elles, et leurs représentations graphiques ?

(N) L'intérêt de chaque chapitre de TC dans la vie pratique ?

(N) Quelle est l'utilité des maths dans la vie courante ? Plus précisément celui du chapitre espaces vectoriels ?

(F) Quelles sont les applications directes, dans la vie active, du programme de cette année de terminale scientifique ?

Réponse. Vos questions sont révélatrices d'un manque. Vous êtes en terminale scientifique, vous passez beaucoup de temps à faire des mathématiques et vous ne savez pas à quoi cela peut servir. Je trouve que c'est une excellente suggestion de proposer qu'à la fin de chaque chapitre on voie les applications de ce qu'on a étudié. Il est tout à fait vrai qu'on ne peut pas le faire à tout moment. Quand on est en train d'apprendre quelque chose, il faut bien faire confiance à ceux qui connaissent le sujet pour nous l'enseigner et on ne peut pas comprendre tout l'intérêt de ce qu'on apprend immédiatement. Mais faire le point à la fin de chaque grand chapitre est une très bonne idée. J'essayerai de le faire systématiquement dans mes cours des années futures. Les enseignants ne le font pas toujours parce qu'ils n'y sont pas préparés. Ils n'y sont pas préparés parce que mes collègues et moi-même à

l'Université ne leur enseignons pas assez dans ce sens. Il faut briser ce cercle vicieux.

Pour répondre plus précisément, les espaces vectoriels sont encore enseignés en terminale au Niger, en France on a trouvé cela trop abstrait et on n'en parle qu'à l'Université. Même à l'Université, les étudiants ont des problèmes avec ces notions qu'ils trouvent trop difficiles et n'arrivent pas à maîtriser. Pourtant les systèmes linéaires dont les propriétés se comprennent grâce à l'étude des espaces vectoriels, se rencontrent partout dans les applications. Par exemple pour profiler une voiture, on utilise la méthode des éléments finis : on approche la forme qu'on veut étudier par des petits morceaux de plans et on résout des énormes systèmes linéaires pour obtenir de jolies formes aérodynamiques.

Les fonctions se rencontrent dans tous les domaines, dès qu'on veut modéliser un phénomène qui dépend d'autres quantités : la température en fonction du temps, par exemple, ou encore le volume d'une sphère en fonction de son rayon, l'intensité de la force de gravitation en fonction de la distance à la terre. Le calcul avec les dérivées a été inventé par Newton et Leibniz à la fin du XVII^{e} siècle. Il représente un outil très puissant pour lier des phénomènes de croissance, de décroissance et de maximum à un calcul, grâce à la dérivée. Newton était motivé directement par la physique, il voulait comprendre comment évoluaient les phénomènes, comment tout changeait sous l'influence de lois fixes.

(F) Comment les maths sont elles présentes dans notre vie quotidienne, hormis les études ?
(F) Quelle est l'utilité des mathématiques dans la vie quotidienne ?
(N) Quelle est exactement l'utilité des mathématiques dans la vie courante ?
(F) Dans quels domaines les mathématiques sont-elles le plus utiles ?
(N) En quoi les mathématiques sont-elles utiles dans la vie courante, pour un individu ou pour la société ?
(F) Quel rôle jouent les mathématiques dans la vie quotidienne ?
(N) Quelle est l'utilité des mathématiques dans la vie courante ?
(N) En quoi les mathématiques nous aident-elles dans la vie de tous les jours ?

Réponse. Beaucoup d'entre vous se posent ces questions. C'est bien de distinguer comme vous le faites l'utilité des mathématiques dans la société actuelle et leur intérêt pour vous personnellement dans les activités de votre vie courante. L'importance des mathématiques dans notre société technologique est immense, même au Niger qui n'est pourtant pas très développé technologiquement encore. Les satellites qui vous permettent de regarder la télévision ne peuvent être placés exactement que grâce à des calculs mathématiques sophistiqués. Les antennes, les phares des voitures sont de forme parabolique à cause des propriétés géométriques de ces courbes.

Dans la mesure où tous ces aspects sont automatisés, on utilise en permanence des mathématiques sans s'en rendre compte. Pour regarder la télé, on bénéficie des connaissances mathématiques développées au cours des siècles mais on n'a pas besoin d'en connaître soi-même. De même, pour conduire une voiture on n'a pas besoin de comprendre comment elle marche.

L'utilité des mathématiques dans la vie quotidienne de chacun me semble plus indirecte. Il s'agit de comprendre les phénomènes qui nous entourent de manière à pouvoir les maîtriser. Par exemple, avec un taux de fécondité de 7,8 enfants par femme, la population du Niger augmente très rapidement, si rapidement que le sous-développement ne peut être combattu efficacement, car tout progrès dans la production agricole est immédiatement réduit à zéro par le nombre de bouches à nourrir. Connaître les mathématiques, dans ce cas particulier la fonction exponentielle, peut aider à faire le lien entre ces phénomènes généraux et ses choix familiaux personnels.

(N) Selon vous, quelles sont les avantages pour un élève d'apprendre les mathématiques ?
(F) Est-ce que les mathématiques sont obligatoires pour les études ?
(F) Les mathématiques me serviront-elles jusqu'à la fin de ma vie, dans quelles conditions et n'y a–t-il pas un moyen plus simple de les éviter ?

Réponse. Là on sent poindre une insatisfaction. Finalement certains d'entre vous sont en terminale scientifique non pas parce qu'ils aiment particulièrement les mathématiques mais parce qu'ils étaient de bons élèves et qu'on leur a dit qu'il fal-

lait choisir cette option pour poursuivre leurs études. Ils aimeraient bien pouvoir s'en dispenser.

Pour vos études futures, tout dépendra de votre orientation. Dans toutes les études scientifiques ou technologiques les mathématiques vues en terminale vous seront utiles. Je crois que vous serez surpris dans le futur de rencontrer régulièrement les mathématiques, là où vous ne les attendez pas.

(N) Y a-t-il un lien entre les mathématiques et les autres matières (histoire-géo, anglais) ?

Réponse. Si vous posez la question, c'est que la réponse n'est pas claire pour vous. Vous ne la posez pas pour la physique, parce que le rapport est plus clair. Il n'y a pas de rapport particulier à signaler à mon avis. Toutes ces matières sont utiles. Notamment, l'anglais est indispensable pour un scientifique ou un ingénieur actuellement, en particulier pour l'informatique. Et on n'imagine pas qu'on puisse faire un métier scientifique et ne rien connaitre en histoire et en géographie.

(N) Pouvez-vous nous donner votre avis sur la différence entre les mathématiques enseignées de nos jours et celles d'antan ?

Réponse. L'enseignement des mathématiques est en perpétuelle évolution. La tendance pédagogique actuelle qui cherche à rendre les élèves actifs me semble une bonne chose.

(F) Quelle est l'utilité des maths dans la vie et après le bac ?
(N) Dans quels domaines les mathématiques peuvent-elles servir et plus précisément quels métiers permettent-elles d'exercer ?
(N) À part l'enseignement, quelle types de fonctions les mathématiques permettent-elles d'acquérir ?
(N) Peut-on vraiment gagner sa vie grâce aux mathématiques uniquement, car de nos jours la carrière d'enseignant n'est pas très prometteuse.

Réponse. Il est vrai qu'au Niger la carrière d'enseignant est difficile : les classes sont surchargées, les salaires peu élevés et pas régulièrement payés. Mais y a-t-il tant que cela de secteurs florissants par ailleurs ? En France, il y a aussi des problèmes, les élève sont parfois indisciplinés et violents, et pas très motivés par les programmes. Le métier d'enseignant y reste pourtant un débouché important pour les étudiants de

mathématiques à l'Université, et l'enseignement demeure dans l'ensemble un métier assez attirant.

Les autres débouchés des études spécialisées en mathématiques sont les métiers d'ingénieur mathématicien ou informaticien, notamment tout ce qui touche à la modélisation et aux statistiques, ainsi que la protection de l'information. Ce sont des secteurs où on gagne bien sa vie dans les pays développés. Je crois qu'au Niger aussi ces secteurs vont se développer.

On peut aussi être chercheur ou enseignant-chercheur à l'Université, comme moi.

(N) Quels conseils pouvez vous nous donner pour nos études futures ?

(N) Les mathématiques sont très importantes pour entrer en classe préparatoires. Quelles sont selon vous nos chances d'admission ? Bref, comment doit-on s'y prendre pour réussir ?

Réponse. Il est normal et important que vous vous posiez ces questions. Je ne peux malheureusement pas répondre parce que je ne vous connais pas assez. Pour la réussite, je pense que la meilleure recette est la suivante : il faut essayer de faire ce qu'on a vraiment envie de faire.

Comment réussir en maths ?

(N) Comment être un bon mathématicien comme vous ? C'est-à-dire, si vous pouviez nous donner des conseils ou bien des méthodes de travail.

Réponse. Merci du compliment. La chose qui me semble la plus importante, c'est la motivation et l'obstination. Il faut avoir envie de comprendre, il faut se dire qu'il y a quelque chose à comprendre. Quand on ne comprend pas, il faut y revenir. Il faut essayer de penser par soi-même, se faire soi-même une idée de ce qui se passe, à l'intérieur de soi. Il est bon aussi de penser aux objets mathématiques sous différents aspects. Par exemple, faire le rapport entre certains calculs qu'on fait sur la fonction et l'allure géométrique de son graphe. Ce qui est merveilleux en mathématiques, c'est qu'on retombe toujours sur ses pieds : le calcul et la géométrie par exemple sont toujours d'accord. Et si quelque chose cloche, c'est qu'il y a une erreur quelque part, à trouver.

(N) Quelles sont les précautions qu'on doit prendre pour éviter les erreurs en mathématiques ?

Réponse. Le mieux est d'apprendre à contrôler ses résultats, se demander si ce qu'on a trouvé est raisonnable. Vérifier ce qu'on obtient en refaisant le même calcul d'une autre manière.

(N) Quels conseils pouvez- vous donner à un élève nul en maths qui veut devenir mathématicien ?

Réponse. Cette question me laisse perplexe, je ne la comprends pas vraiment. Pourquoi un élève nul en mathématiques voudrait-il devenir mathématicien ?

(N) Quelle est la méthode la plus facile pour mémoriser les formules mathématiques ?
(N) Comment faire pour mémoriser une notion mathématique une fois pour de bon ?
(N) Comment faire pour mieux assimiler les maths ?
(N) Quelle méthode nous conseillez-vous pour bien assimiler les formules mathématiques ?

Réponse. Il est certain qu'en mathématiques il est utile d'avoir une bonne mémoire. Mais je crois qu'il y a une grande différence entre mémoriser les formules mathématiques et les assimiler. J'essaye toujours d'assimiler, de comprendre les mécanismes car si j'ai compris et si j'ai un trou de mémoire je vais être capable de retrouver la formule par moi-même. Je crois qu'il faut souvent faire des dessins pour visualiser ce que dit la formule. Les petits dessins aident beaucoup à comprendre les formules. Quand on réussit à associer la formule et le dessin, on l'a assimilée.

(N) Il est clair que les exercices, en mathématiques, visent à faire raisonner l'élève, à le pousser à la réflexion, alors comment agir devant un exercice sur lequel on ne dispose pas de notion ?

Réponse. Je crois qu'il est assez rare qu'on vous pose un exercice sur lequel nous n'avez pas de notion. Ce qui peut vous arriver, par contre, c'est que vous ne voyez pas à quelle notion vous avez affaire.

(N) En classe, lorsqu'on étudie une leçon, pendant la séance d'exos, on est à l'aise, on comprend. Mais au cours d'une interro ou d'un devoir on n'arrive même pas trouver la réponse à des questions qu'on savait résoudre. Et lorsqu'on ramasse

une note médiocre, les profs disent que c'est le manque d'exercice, alors qu'on s'est exercé comme un fou.

Réponse. L'échec des élèves ou des étudiants en contrôle est très dur pour eux et aussi très frustrant pour leurs enseignants. Quand on fait cours, on a l'impression que les élèves comprennent, qu'ils sont intelligents et quand ils doivent résoudre un exercice en temps limité on dirait qu'ils deviennent bêtes. Ils ne sont pas bêtes, bien sûr, ni même paresseux comme on le pense trop vite. Je n'ai pas de réponse à cette question, malheureusement.

(N) Comment faire pour aimer les mathématiques, persévérer en mathématiques ?

Réponse. L'amour ne se décrète pas. Je ne connais aucune recette, je ne crois pas qu'il y ait de philtre magique pour aimer les mathématiques.

Qu'est ce que la recherche mathématique ?

(F) Est-ce qu'aujourd'hui les maths évoluent encore ?
(F) A-t-on trouvé récemment des nouveaux théorèmes ?

Réponse. Les mathématiques évoluent à toute vitesse. C'est la chose que les non-mathématiciens, même les enseignants de mathématiques, ont le plus de mal à croire. À moi de vous poser une question. À votre avis, combien de théorèmes sont démontrés tous les ans dans le monde entier ?

Un vote est organisé.

Je propose : moins de 10, entre 10 et 100, entre 100 et 1 000, entre 1 000 et 10 000, entre 10 000 et 100 000 théorèmes démontrés dans le monde tous les ans. Dans les trois classes beaucoup votent pour moins de 10, la plupart entre 10 et 100, quelques audacieux entre 100 et 1 000. Personne ne pense qu'il y en a plus de 1 000.

La vraie réponse est entre 10 000 et 100 000. Par exemple, au cours d'une thèse de mathématiques, on démontre au moins un théorème. À Rennes, où j'enseigne, 75 articles de mathématiques sont publiés tous les ans : ils contiennent tous un ou plusieurs théorèmes. Bien sûr, ces théorèmes ne sont pas tout très importants, beaucoup consistent à préciser ou à étendre un résultat déjà existant.

(F) Peut-on encore progresser dans le domaine des mathématiques ?

Réponse. Je crois qu'avec ce que je viens de vous dire vous comprenez que oui.

(F) Comment peut-on motiver une recherche mathématique ? C'est-à-dire, qu'est ce qui fait que l'on va faire des recherches sur des objets mathématiques ?

Réponse. La recherche mathématique vient du fait qu'il y a quelque chose qu'on aimerait comprendre et qu'on ne comprend pas. Ou alors, on vient de comprendre quelque chose, et ça nous pose de nouvelles questions . Ou encore quelqu'un qui travaille dans un autre domaine des mathématiques ou dans une autre science pense que les mathématiques que vous faites vont l'aider et vous pose une question. Vous ne connaissez pas la réponse mais ca vous titille.

(N) Vous avez parlé de la recherche en maths. Alors quels sont les buts fondamentaux des recherches dans ce domaine ?
(F) Quels sont les principaux objectifs des mathématiques actuelles ?

Réponse. C'est tellement riche et diversifié qu'il n'y a pas une seule réponse. Disons qu'il y a des mathématiques qui se développent en lien avec d'autres activités humaines comme l'informatique ou la biologie par exemple. La génétique moderne a besoin de plus en plus de mathématiques. Il y a d'autres mathématiques qui sont plutôt liées à des questions internes aux mathématiques, qui ont été posées par les mathématiciens au cours de l'histoire des mathématiques. Et souvent ces deux grandes tendances se rejoignent et s'influencent.

(F) Dans quelles parties spécifiques des maths la recherche est-elle la plus poussée ?

Réponse. Il y a énormément de sujets de recherches différents et très actifs. Toutes les parties des mathématiques dont vous avez déjà entendu parler : l'algèbre, la géométrie, l'analyse, les probabilités et de nombreuses autres dont vous ne connaissez même pas le nom.

(F) En quoi consiste vraiment la recherche dans le domaine mathématique ?
(N) Que fait exactement un chercheur en mathématiques ?
(N) Que signifie « chercheur mathématicien » ?
(N) En quoi consiste le travail d'un enseignant-chercheur ?
(N) Quel est le travail d'un chercheur ? À quoi ça sert ? Et comment devenir chercheur ?

Réponse. Un chercheur en mathématiques écoute des exposés de mathématiques dans des congrès ou séminaires, lit des mathématiques, discute de mathématiques avec ses collègues. Il fait des calculs avec ou sans ordinateurs. Il fait de la recherche seul, ou en petit groupe. Il écrit des démonstrations. Ensuite il rédige ses résultats. Il passe du temps avec les étudiants de thèse pour leur apprendre le métier de chercheur.

C'est souvent aussi un enseignant. Alors il fait des cours à l'Université à différents niveaux. On lui demande aussi son avis sur des candidats à des postes, car il est important de donner les postes dans les universités à des bons mathématiciens. On lui demande de donner un avis sur des résultats rédigés par ses collègues car il est important que les résultats publiés soient vrais et lisibles par d'autres.

(F) Dans quel domaine mathématique faites-vous le plus de recherche ?

(F) Sur quoi portent vos recherches ?

Réponse. Mon domaine de recherche s'appelle « les algorithmes de la géométrie algébrique réelle ». C'est un domaine dans lequel travaillent une cinquantaine de personnes dans le monde. Prenez un cercle de rayon 1 centré en l'origine et tracez différentes droites parallèles à l'axe des y, définies par x=a. Suivant que la valeur absolue de a est plus petite ou plus grande que 1, il y a ou il n'y a pas de point d'intersection entre la droite et le cercle. C'est l'exemple le plus simple que je puisse donner d'une des premières questions qui nous intéresse en géométrie algébrique réelle : quand est-ce qu'une droite et une courbe se coupent, combien de points ont-elles en commun ?

(F) Qu'est-ce que vous cherchez ?

(N) Qu'est-ce que vous cherchez en mathématiques (pour la chercheuse) ?

(F) Quels sont les principaux buts de votre recherche ?

Réponse. Je cherche par exemple quelles sont les méthodes les plus efficaces pour compter le nombre de solutions réelles d'un polynôme. On a plein de méthodes qui marchent mais on voudrait comprendre si elles sont vraiment différentes ou si au fond on calcule toujours la même chose sous des habillages différents. Je cherche aussi d'autres choses qui seraient plus compliquées à vous expliquer.

(N) Vous êtes chercheur en mathématiques. Qu'espérez-vous trouver en dehors de toutes les connaissances mathématiques de nos jours ?

Réponse. Pour trouver de nouvelles choses intéressantes, il faut souvent regarder les choses déjà connues avec un regard neuf. Par exemple, on sait qu'une méthode existe pour faire tel calcul, mais si on demande à un ordinateur de faire le calcul, est-ce qu'il va vraiment y arriver en un temps raisonnable, si on veut traiter un très gros exemple ? C'est ce genre de questions que je me pose.

(F) Comment procédez vous pour vos recherches ?
(F) Quelles démarches mettez-vous en œuvre pour pouvoir rechercher de nouvelles choses (réflexion, raisonnement) ?
(F) Établissez-vous des théorèmes et des propriétés ?

Réponse. Oui je démontre des théorèmes, il m'arrive aussi de donner des nouvelles définitions. C'est très important, de trouver des bonnes définitions.

J'ai en réserve des questions que je me pose, des choses que j'aimerais démontrer et, quand j'ai le temps, souvent pendant les vacances quand il n'y a pas de cours ni de réunions, je me mets à y réfléchir. Ça demande d'être à la fois détendu et concentré. Quelquefois je le fais seule, d'autres fois avec des collègues qui sont venus travailler avec moi, ou que je suis allée voir. Je voyage beaucoup. Je travaille avec des amis, qui habitent dans différents pays du monde. Quand je travaille avec mes amis, il y a des moments où je réfléchis toute seule et des moments où j'ai besoin de discuter. J'écris en général des gribouillis sur une feuille de papier. Je noircis des feuilles et des feuilles et je les jette, je résume ce que j'ai déjà compris sur une feuille que je garde. Une fois que j'ai trouvé, il faut que j'écrive la démonstration. Là je le fais directement sur l'ordinateur. Il peut arriver qu'on ait une bonne idée mais qu'on ne trouve le temps de rédiger l'article que longtemps après, ou jamais.

Je passe aussi, avec deux collègues, beaucoup de temps ces temps-ci à rédiger un livre de mathématiques, un livre qui pourra servir aux autres chercheurs à comprendre mon domaine de recherches.

(N) Comment faire pour énoncer un théorème qui va porter mon nom, par exemple comme Pythagore, Thalès, et cela va m'im-mortaliser ?

Réponse. Il y a une blague très répandue chez les mathématiciens. Quand on attribue un théorème à quelqu'un, il est très probable qu'il n'y est pour rien, ou qu'en tout cas il n'est pas le premier à avoir démontré le résultat. Alors peut-être que la meilleure technique pour devenir immortel en mathématiques est justement de ne jamais rien démontrer d'important ?

Sérieusement, c'est vrai qu'il y a quelque chose d'immortel dans les mathématiques, qui en fait quelque chose de très spécial dans l'histoire de l'humanité.

Mais ce n'est pas une immortalité vraiment attachée à la personne qui fait la découverte : souvent les résultats importants sont découverts par plusieurs personnes, à la même époque. C'est un phénomène très mystérieux.

Le métier d'enseignant-chercheur

(N) Combien d'années fait-on à l'Université pour devenir enseignant-chercheur (en maths bien sûr) ?

Réponse. Ce sont des longues études. On doit d'abord faire le premier cycle (à l'Université ou en classes préparatoires), ce qui dure deux ans. Puis le second cycle, licence et maîtrise, encore deux ans. Puis le DEA, un an, enfin la thèse normalement trois ans. Ensuite, il faut encore candidater à un poste, et on n'en a pas toujours un du premier coup. C'est un long parcours.

(F) Quel parcours avez-vous choisi pour obtenir ce poste de chercheur (classe prépa ou faculté) ?
(F) Quelles études avez-vous faites ?

Réponse. Comme beaucoup de mathématiciens, je suis passée par une classe préparatoire, puis j'ai réussi le concours de l'École Normale Supérieure et j'ai continué mes études à l'Université à Paris. Mais on peut aussi réussir en ayant fait toutes ses études à l'Université.

(N) Pourquoi avez-vous choisi ce domaine ?

Réponse. Un peu comme l'un d'entre vous me l'a écrit : parce que je trouvais ça facile. Je n'étais pas du tout douée pour les activités manuelles, j'étais gauchère et maladroite, mais j'étais douée pour les activités intellectuelles en général et les mathématiques en particulier. De plus, quand j'étais lycéenne, il y avait beaucoup de publicité pour la science, on parlait souvent de la recherche scientifique. Mais, au début, je vou-

lais être enseignante au lycée. Ce sont mes professeurs qui m'ont donné confiance en moi-même et m'ont encouragée vers la recherche.

(F) Depuis combien de temps faites-vous ce travail ?
(N) Depuis quand enseignez-vous les mathématiques ?

Réponse. Je suis entrée à l'Université il y a 27 ans. J'avais 23 ans.

(F) Combien y a-t-il de chercheurs comme vous en France et dans le monde ?

Réponse. On ne sait pas exactement. Dans le monde, environ 100 000 chercheurs en mathématiques. En France, environ 4 000, ce qui est plus que ce que la proportion de Français dans la population mondiale laisserait attendre. À Rennes, dans le laboratoire que je dirige, 90. Au Niger, moins de 15.

(N) À combien s'élève le salaire d'un enseignant-chercheur en France ?

Réponse. En France, en début de carrière, on démarre autour de 10 000 FF par mois, en fin de carrière on peut atteindre si on a bien réussi dans sa carrière 25 000 FF ou même plus de 30 000 FF par mois. On peut dire que les salaires français sont environ huit fois plus élevés que les salaires nigériens à l'Université. La vie au Niger est moins chère, également. La différence de niveau de rémunération réelle est plutôt de un à cinq, à mon avis.

(N) Un enseignant chercheur a-t-il du temps à consacrer à sa famille ?

Réponse. C'est certainement un métier très prenant. Mais on peut aussi organiser son travail pour libérer du temps car on a peu de contraintes imposées par l'extérieur, ce qui est un grand avantage. J'ai personnellement une vie de famille très heureuse, avec un mari, deux enfants adultes, et j'espère, un jour, des petits-enfants.

Les matheux sont-ils comme les autres ?

(N) Pourquoi est-ce que tous les profs de math ne ressemblent pas à tous les autres profs ? Ils s'habillent mal, ne se coiffent pas, ils ont souvent l'esprit ailleurs. Et c'est notre cas : dans la cour, on nous considère comme des fous, on nous appelle « les fous de la TC », alors qu'on est comme les autres, on aime s'amuser, se distraire, écouter de la musique.

Réponse. Les profs de maths sont-ils vraiment si mal habillés ? Je me trouve plutôt élégante et votre professeur a une très jolie chemise. Peut-être que ceux qui vous critiquent sont un peu jaloux du fait que vous réussissez en maths tout en aimant le reste de la vie comme eux. Les mathématiciens ont cette réputation dans tous les pays, je crois. Peut-être y a-t-il quelque chose de vrai dans cette caricature mais je ne m'y reconnais pas.

(N) Pourquoi l'enseignement des mathématiques diffère de celui des autres matières ?

Réponse. Je ne sais pas trop ce que vous entendez par là, et je n'ai malheureusement pas le temps de vous demander de préciser votre question.

(F) Est-ce qu'il y a une intelligence spécifique aux mathématiques ? Car des gens se disent « fâchés » avec cette matière.

Réponse. À mon avis, toute personne peut comprendre les mathématiques. À des niveaux très différents, mais en en percevant le sel et la beauté. On n'est pas obligé d'être un grand sportif pour comprendre l'intérêt d'une activité physique et l'apprécier. Pour les mathématiques, c'est plutôt une question de goût et de motivation que de forme spéciale d'intelligence.

Mais je suis sans doute trop optimiste, car les témoignages de beaucoup de gens qui détestent les mathématiques semblent me donner tort. Il faudrait changer beaucoup de choses dans l'enseignement pour que ce que j'espère devienne vrai. Peut-être que mon rêve a des aspects totalitaires, après tout. Les gens ont aussi le droit de ne pas aimer les mathématiques.

Questions philosophiques

(F) Est-ce que les mathématiques, avant l'imposition d'un modèle, sont abordées de la même façon dans les différentes civilisations ?

Réponse. Les mathématiques sont présentes partout où l'humanité est présente. Mais bien sûr sous des formes et à des niveaux bien différents.

(N) Depuis quand existent les mathématiques et qui est le premier mathématicien du monde entier ?

Réponse. C'était peut-être une mathématicienne ! Dès l'apparition de l'humanité, on a fait des mathématiques : on compte, on compare. Certains vont jusqu'à penser que les

mathématiques existent depuis toujours, même avant le début de l'univers, car leurs vérités sont éternelles…

(F) Les mathématiques, un but ou un moyen ?

Réponse. C'est plutôt un sujet de dissertation philosophique qu'une question à laquelle j'aie envie de répondre ! On pourrait développer les différents aspects : thèse, antithèse , synthèse !

Mathématique, informatique…

(F) L'informatique est-elle un outil des mathématiques ou l'inverse ?

Réponse. Les relations entre les mathématique et l'informatique sont passionnantes. Un des premiers grands informaticiens a été Alan Turing qui partait de questions purement mathématiques, sur la définition de la calculabilité ! On peut dire qu'il n'y aurait pas de langage informatique, de logiciels, s'il n'y avait pas eu de logique mathématique. Les mathématiciens développent des algorithmes depuis l'Antiquité. De nos jours, la possibilité de faire des expériences sur les ordinateurs ouvre à l'observation des phénomènes mathématiques de plus en plus nombreux. Les mathématiques deviennent ainsi une vraie science expérimentale.

(F) Les maths permettent de faire progresser le monde de l'informatique, par exemple . Y a-t-il d'autres domaines que les mathématiques permettent de faire progresser ?

Réponse. De très nombreux domaines. On peut dire vraiment : dans toutes les sciences. Un des plus importants historiquement a sans doute été la physique. Galilée a pu écrire que, pour comprendre les lois de la physique, il faut connaître le langage dans lequel elles s'expriment et ce langage est celui des mathématiques. Encore maintenant les rapports entre la physique et les mathématiques donnent lieu à d'importantes découvertes scientifiques. On pourrait aussi longuement parler de l'astronomie, de la météorologie.

Mathématiques et développement

(N) En tant que pays du Tiers-Monde, quelles contributions les maths peuvent-elles apporter au développement de nos pays ? L'idée de l'UNESCO est louable, mais au vu des multiples problèmes que rencontrent nos pays, êtes-vous optimiste sur l'avenir des maths ?

Réponse. Je suis très optimiste, par tempérament. Quand je passe quelques jours à Niamey, je traverse pourtant des périodes de pessimisme.

Je pense que l'éducation, la science, et en particulier les mathématiques sont des outils fondamentaux pour le développement. Le sous-développement, ce n'est pas seulement la pauvreté, les difficultés alimentaires, la mortalité infantile, l'état sanitaire. C'est aussi le manque d'éducation, de connaissances. Je crois que le peuple nigérien, hommes et femmes, apprendra à mobiliser ses ressources et qu'avec l'aide de vrais amis il sortira de l'ornière.

(N) Quel est le but de votre exposition au Centre Culturel Franco-Nigérien ? Le prix des ouvrages est-il à notre portée ?

Réponse. L'exposition est gratuite, elle a été réalisée par Philippe Bardy, professeur de lycée en Bretagne, ici présent. Le but est de montrer différents aspects des mathématiques, à travers l'exemple des fractales. Les fractales sont définies dans les premières affiches de l'exposition par des exemples très simples, qui peuvent donner lieu à des exercices en classe. Elles donnent naissance à des formes très décoratives. Enfin elles sont utiles pour modéliser la réalité dans différents domaines. Notamment les choux-fleurs qui sont le légume le plus cultivé en Bretagne. Aussi la forme du baobab qui est l'arbre le plus spectaculaire du Niger (mais on n'a pas de photo de baobab dans l'exposition : quand l'exposition a été préparée, il n'était pas prévu qu'elle vienne à Niamey).

(N) L'UNESCO a décrété l'an 2000 comme année mondiale des maths. Est-ce qu'il ne serait pas mieux qu'étant des chercheurs en maths vous cherchiez des bourses d'études aux meilleurs mathématiciens du Niger pour approfondir leurs connaissances en mathématiques (bourses françaises, belges, canadiennes) ? Ça va beaucoup pousser les gens à s'intéresser aux maths.

Réponse. De tels programmes existent depuis des années. Par exemple, l'Université de Rennes a formé quatre enseignants-chercheurs nigériens qui travaillent à l'Université à Niamey. Mais il n'y a malgré ces possibilités pas assez de Nigériens qui s'intéressent aux mathématiques.

(N) Pouvez-vous nous mettre en contact avec d'autres scientifiques ? Comme ceux de Rennes par exemple afin d'échanger certaines connaissances, ou même se rendre là-bas plus tard.

Réponse. Avec plaisir. L'association franco-nigérienne Tarbiya Tatali, dont je suis membre avec mon ami nigérien Saidou Mahamadou ici présent, développe les échanges culturels entre Nigériens et Bretons à tous les niveaux, et met en place de tels jumelages.

Questions ouvertes

Pour finir, ces trois questions, que je préfère laisser ouvertes :

(N) Quel rôle peut jouer le mathématicien au sein de la communauté ?
(N) Quel avenir nous réservent les maths ?
(N) Quel est le but des mathématiques ?

Marie-Françoise Roy