

## LES IREM ET LA CULTURE SCIENTIFIQUE

### *L'origine des IREM*

Les IREM (Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) ont été fondés il y a une trentaine d'années. C'était l'époque de l'introduction des « mathématiques modernes » dans l'enseignement secondaire. La première mission confiée aux IREM était de former les enseignants aux nouveaux programmes. Rapidement, l'inadaptation de certains aspects de la réforme proposée a été évidente ; les IREM se sont engagés dans une réflexion approfondie sur l'enseignement des mathématiques en s'organisant en groupes de recherche. C'était après mai 68 et les IREM étaient ouverts à toutes les idées nouvelles. Ils le sont restés.

### *Le travail de l'IREM de Rennes*

À Rennes, les thèmes des groupes de recherche ont d'abord porté sur les différents programmes enseignés dans le secondaire : analyse, géométrie, statistiques, etc. Mais il est vite apparu que cela n'était pas suffisant. Les difficultés des élèves et des professeurs n'étaient pas limitées au contenu de l'enseignement. Il fallait prendre en compte d'autres réalités qui, au fil des années, se révélèrent de plus en plus diverses.

D'abord, il était nécessaire de mieux comprendre des problèmes pédagogiques de tous ordres, par exemple ceux posés par l'inadaptation de l'enseignement traditionnel aux élèves en difficulté, ceux posés par les classes hétérogènes, etc.

Il fallait aussi repenser la place des mathématiques comme discipline formatrice, tisser des liens avec des disciplines plus ou moins proches, ce qui conduisit à étudier des thèmes interdisciplinaires avec des professeurs de français, d'économie, de physique, de l'enseignement technique, etc.

Il fallait bien sûr continuer le travail sur les parties des programmes remises en cause par les réformes, comme la géométrie ou les statistiques, définir des niveaux d'approfondissements des notions à étudier, repenser la continuité des enseignements au collège ou au lycée.

Il fallait explorer des directions nouvelles, par exemple celle de l'évaluation des connaissances en mathématiques à l'aide de QCM ou le rôle des problèmes de recherche en organisant des rallyes mathématiques dans l'Académie.

Il fallait enfin analyser en profondeur les difficultés de compréhension, de recherche, de démonstration, d'argumentation, de rédaction des élèves.

Chaque année, l'IREM cherchait un équilibre entre toutes ces directions de recherche. Les contacts entre les groupes de recherche créèrent une culture spécifique de recherche de l'IREM de Rennes où les élèves étaient au centre des préoccupations. Des séquences d'enseignements, des activités nouvelles furent soigneusement conçues, longuement expérimentées et les diverses publications des groupes de recherche (près de 200) rendirent compte en détail des réactions des élèves.

### *Modes de fonctionnement*

Les IREM français ont eu différentes politiques de fonctionnement des groupes. Certains ont mis en place des groupes à effectif stable durant plusieurs années. Les membres de ces groupes sont devenus de véritables spécialistes de leurs sujets de travail. D'autres, comme l'IREM de Rennes, ont privilégié une rotation plus rapide des membres des groupes, afin de permettre la participation d'un plus grand nombre d'enseignants de l'Académie. Les deux politiques ont chacune leur avantage.

Un des aspects les plus positifs des IREM nous semble être la pratique du débat et du travail collectif qui ont toujours favorisé l'émergence d'idées nouvelles et intéressantes, que les publications et les stages pouvaient ensuite largement diffuser.

Dans les petits groupes, nous en avons eu de nombreux exemples. Chaque membre d'un petit groupe a en effet son expérience, ses certitudes qui ne sont pas celles des autres membres du groupe. Il a aussi observé les difficultés de ses élèves. Il les explique au fur et à mesure du travail du groupe. Les réactions des autres membres, la nécessité de trouver une voie ayant l'adhésion de tous les participants conduit le groupe à imaginer des activités nouvelles pour aider les élèves, leur faire approcher une notion difficile, etc. C'est de cette façon que nous avons été conduits à imaginer des activités spécifiques pour familiariser les élèves de Terminales à la programmation de leur calculatrice avant

les cours d'arithmétique ou des élèves de seconde à des problèmes de logique sous-jacents aux raisonnements d'algèbre et d'analyse.

Ce mode de fonctionnement des IREM est assez original : il n'y a pas une personne qui sait qui explique à d'autres comment il faut faire, mais une réflexion collective entre enseignants. L'appellation de groupe de recherche-formation est donc bien choisie, à condition de ne pas prendre le mot de formation dans un sens étroit : certes, chacun des participants va apprendre des choses nouvelles pour lui en mathématiques, mais il va surtout être changé par sa participation au groupe et son attitude en classe va se modifier.

C'est ensuite collectivement que le groupe rendra compte de ses expériences et de ses propositions aux enseignants de l'Académie.

Il faut bien sûr nuancer. On ne peut être certain de sortir toujours transformé par un travail en petit groupe à l'IREM. Mais ce que nous décrivons est bien réel et ce n'est pas une utopie dont on rêve et qui n'arrive jamais vraiment.

Ce qu'on pourrait appeler la culture de fonctionnement des IREM est basé sur ce travail collectif. Pour bien faire comprendre de quoi cette culture est faite, il faut encore expliquer que les contacts entre les différents groupes au sein d'un même IREM sont nombreux et que des commissions Inter-IREM permettent des échanges réguliers au niveau national.

### *Histoire des mathématiques*

Quand on pense à la culture scientifique dans le champ des mathématiques, l'idée de travailler sur des thèmes historiques vient naturellement à l'esprit. L'idée de culture semble aller de pair avec l'idée de prendre un peu de recul par rapport à la discipline pour essayer de voir comment, dans le passé et maintenant, les différentes parties des mathématiques s'articulent entre elles, avec les autres sciences et avec le développement des sociétés.

Pour travailler dans ce domaine laissé de côté dans l'enseignement des mathématiques depuis toujours, les IREM ont constitué des groupes de recherche spécifiques. Nous avons participé à ceux mis en place à Rennes depuis une douzaine d'années. La culture de recherche de l'IREM de Rennes nous incita à aborder des sujets où l'histoire des mathématiques pouvait rendre plus intéressantes des notions du programme, renforcer leur enseignement, etc., et à expérimenter des activités où l'histoire des mathématiques permettait de faire autrement des mathématiques dans nos classes.

Le travail de ces groupes a eu de nombreuses conséquences.

Pour les enseignants du secondaire, un éclairage nouveau leur a été donné sur les mathématiques puisque l'histoire de leur discipline n'avait pas fait partie de leur enseignement initial à l'Université. Quand cela nous a paru intéressant et compatible avec le niveau et les programmes des élèves, nous avons écrit pour eux en détail, après les avoir plusieurs fois expérimentés, des textes d'activités. Nous avons aussi écrit des textes d'accompagnement parfois longs, pour bien situer ce que nous proposons du point de vue de l'histoire des mathématiques.

Cet éclairage nouveau conduit à se poser de façon différente la question de ce que sont de bons problèmes pour nos élèves. Habituellement, on qualifie de « bons » problèmes ceux qui font utiliser de manière efficace, éclairante et élégante, les notions mathématiques qu'on vient de présenter. Les activités historiques nous font penser qu'un bon problème peut aussi être un problème conduisant à une réflexion plus large, relevant de ce qu'on pourrait appeler une culture scientifique.

Par exemple, on peut construire beaucoup d'activités autour du thème de la mesure de la terre. La question de la rotondité de la terre n'est pas, a priori, de celles qu'on pense à étudier : tout le monde connaît la réponse. Mais si on insiste, on s'aperçoit que presque personne ne sait la justifier. La lecture de textes d'Aristote et de Ptolémée est alors très instructive et l'occasion d'un véritable travail scientifique avec des lectures comparées et critiques de textes anciens pour construire un savoir. Ce thème est également l'occasion, quand on présente les méthodes de triangulation, de montrer que la trigonométrie n'est pas seulement un recueil de formules dont on ne voit pas l'intérêt. L'activité fait voir que, pour ces problèmes comme pour les problèmes d'astronomie, c'est un outil naturel, efficace, utile. Le thème permet aussi de donner des éclairages nouveaux aux cours d'histoire. Le thème est lié au développement scientifique au XVII<sup>e</sup> siècle et à la centralisation du pouvoir en France : l'une des toutes premières missions de l'Académie royale des sciences, fondée par Colbert en 1666, est de mesurer la terre et le royaume. Il est aussi lié au développement de la navigation et aux problèmes de la détermination la plus exacte possible de la position d'un bateau en mer. Il éclaire la participation des savants à la Révolution française et la réforme des poids et mesures (qu'on pourra rapprocher de la mise en circulation de l'euro), etc.

### *Utilité !*

On ne peut malheureusement pas beaucoup parler aux élèves du secondaire des mathématiques du XX<sup>e</sup> siècle, et pourtant cela devrait faire partie de leur culture au même titre que Proust, Perec ou Marie

Curie. Une des rares exceptions est fournie par le rétablissement d'un chapitre d'arithmétique en Terminales. L'histoire de cette discipline nous donne l'occasion de parler de problèmes importants.

On peut, en effet, affirmer que la théorie des nombres n'a eu aucune application concrète (ou presque) depuis ses premiers résultats à l'époque babylonienne jusqu'à 1970 environ. Depuis, une partie des résultats merveilleux des mathématiciens dans ce domaine joue comme on sait un rôle central en cryptographie, avec des applications dans de nombreux domaines parmi lesquels celui de la sécurité des cartes bancaires, dont on parle beaucoup actuellement.

Voici quelques réflexions supplémentaires sur ce jeu subtil entre les mathématiques « pures » et leurs applications « utiles ».

L'histoire des mathématiques nous montre comment les mathématiciens se penchent sur les problèmes internes à leur discipline, beaux problèmes posés depuis bien longtemps parfois et dont beaucoup de mathématiciens s'accordent à les juger importants. Ce travail peut n'avoir à son époque aucune application pratique. Les mathématiciens travaillent pour l'honneur de l'esprit humain, comme Jacobi l'écrivait en français à Legendre en 1830. Et puis, plus tard, beaucoup plus tard, un certain nombre de ces travaux se révèlent essentiels pour résoudre de nouveaux problèmes, parfois plus appliqués, parfois très concrets. Par exemple, quand Jérôme Cardan invente les nombres complexes au détour d'un livre sur la résolution algébrique de l'équation du troisième degré en 1545, ou quand Évariste Galois (1811-1832) crée la notion de groupe pour l'étude de la résolubilité par radicaux des équations algébriques, qui aurait pu prédire que les objets qu'ils avaient construits deviendraient des bases des mathématiques actuelles ? Les exemples de travaux purement théoriques ayant longtemps après des conséquences pratiques abondent aussi en analyse : qu'on songe aux débuts des calculs différentiel et intégral au XVII<sup>e</sup> siècle.

Ces exemples suffiront-ils pour marquer l'importance des travaux théoriques en mathématiques, pour justifier qu'on fasse confiance aux mathématiciens pour l'orientation des recherches dans leur discipline, pour que les décideurs (ou des scientifiques d'autres disciplines qui se croient parfois tout à fait qualifiés pour décider à leur place) soutiennent leurs efforts et leurs choix dans les domaines de la recherche et de l'enseignement ? N'est-ce pas parce que l'image des mathématiques dans notre société est restée celle d'une matière permettant la sélection dans le secondaire et que son intérêt culturel, scientifique, économique et technique n'est pas suffisamment reconnu, que la communauté mathématique n'a pas su se défendre contre les attaques destructrices (car il ne s'agit pas de réaménagements) des dernières années ?

D'un autre côté, les physiciens, les biologistes, les économistes, les statisticiens et analystes de données, les constructeurs d'avions, les informaticiens, les militaires bien sûr, etc. posent sans cesse des problèmes aux mathématiciens. Par exemple, des problèmes d'équations aux dérivées partielles dès le XVIII<sup>e</sup> siècle, des problèmes de probabilité (en particulier pour les bombardements, mais heureusement pas seulement pour cela), des problèmes de méthodes de calcul rapides dans des cas où les méthodes connues sont trop longues... Les mathématiciens ont à leur disposition pour y répondre tout le matériel mis au point par leurs devanciers et, si ce n'est pas suffisant, c'est sans doute l'expérience qu'ils ont acquise en résolvant les problèmes internes à leur discipline qui les prépare le mieux à trouver des solutions. Par exemple, le mathématicien John Von Neumann, considéré comme l'un des plus importants du XX<sup>e</sup> siècle, a joué un rôle important auprès des autorités et des forces armées américaines dans les années 1930-1950. Ses premiers travaux sont plutôt du côté de la théorie et portent sur la logique, la théorie des ensembles, la physique théorique et les algèbres d'opérateurs. Mais c'est lui aussi qui joue un rôle moteur dans la conception du premier ordinateur américain, c'est lui qui contribue à la mise au point des premières prévisions météorologiques, domaine qui intéresse évidemment les militaires, et où l'on doit avoir à la fois des recueils de données nombreux, des moyens de calcul puissants, des modèles mathématiques complexes et adaptés. Les conséquences, économiques en particulier, de tels travaux sont extraordinaires.

### *La fin des IREM ?*

Revenons aux IREM. Nous avons essayé de montrer leur rôle pour que l'enseignement des mathématiques dans les classes ne se sclérose pas, suive sans cesse de nouvelles pistes. Ce sont des conditions nécessaires du point de vue scientifique. Le travail des groupes, leurs publications, ont également un autre effet extrêmement positif : ils sont source de plaisir pour les enseignants dans leur travail, et ce plaisir est ressenti par les élèves.

Ceci est particulièrement vrai des travaux des groupes sur l'histoire des mathématiques. Nous avons fréquemment entendu des élèves se demander pourquoi on ne leur a jamais expliqué les choses de cette façon. Ils ont le sentiment de comprendre enfin pourquoi on leur enseigne les mathématiques et comment elles ont été peu à peu construites-inventées par les savants des siècles passés. Tout cela crée des conditions favorables à la construction de leur savoir et leur donne des bases culturelles pour comprendre le rôle des sciences dans notre société. Ces appréciations justifient, nous semble-t-il, tous nos travaux et, plus lar-

gement, l'activité de l'IREM, ce qui nous tient tout particulièrement à cœur.

Notre lecteur ne sait peut-être pas combien le travail des IREM est actuellement menacé et nous terminerons notre article par quelques mots sur ce sujet. La formation continue des enseignants du secondaire est maintenant confiée en totalité aux IUFM. Ceux-ci ont été créés en 1990 pour « professionnaliser » le métier d'enseignant ; ils ne dépendent plus des Universités mais de l'autorité académique. Parallèlement, les IREM ont été peu à peu étouffés : leurs crédits, les heures (de décharge ou non) qui permettaient aux petits groupes de recherche-formation de travailler ont été réduits ou supprimés. Le problème n'est pas seulement financier et institutionnel. C'est la culture des IREM qui est en jeu. L'histoire des IREM montre que ceux-ci se sont toujours remis en question, ont constamment milité pour que d'autres initiatives soient prises pour tirer parti de leur expérience... Mais que faire quand sont ignorés des nouveaux décideurs (volontairement ou par méconnaissance) leur expérience, leurs travaux, leurs compétences, leurs méthodes de travail, leur efficacité, cette liberté dans la manière d'aborder les problèmes de l'enseignement des mathématiques ? Que faire si tout ce qu'ils sont (source de réflexions, de critiques et de propositions) disparaît ? Que faire si seulement un tout petit nombre de groupes ne permettant pas d'atteindre une masse critique sont maintenus ? Comment éviter ce gâchis dans un pays où la recherche mathématique est d'une très grande qualité, comme le montre le nombre de médailles, Fields ou autres, obtenues ces dernières années ?

Comme Rudolf Bkouche, professeur de mathématiques à l'Université de Lille et pilier du travail en épistémologie des IREM, dans un récent numéro de *Repères-IREM*, une revue des IREM qui atteint son 40<sup>e</sup> numéro, faut-il rappeler le prestige national et international des travaux des IREM aux USA, au Canada, en Allemagne et dans bien d'autres pays, d'Amérique latine par exemple, qui cherchent à mettre en place des structures copiées sur celles des IREM ? Rudolf Bkouche cite de nombreux collègues étrangers qui font l'éloge du travail accompli par les IREM, qui nous font part longuement de leur inquiétude de voir leurs liens avec les IREM voués à la disparition. Certains de ces collègues ironisent même sur ce mal bien français qui consiste à détruire ce que nous faisons de mieux.

Comment conclure dans ces conditions sur une note optimiste ?

**Jean-Pierre Escofier et Pascal Quinton**

*Bibliographie*

Publications de l'IREM de Rennes

*Faire des mathématiques à partir de leur histoire*, tomes 1 (1995), 2 (1995), 3 (1999) ; tomes 4, 5 et 6 à paraître.

Publications de la commission Inter-IREM, Histoire et Épistémologie des mathématiques :

*Histoire et épistémologie dans l'éducation des mathématiques*, 1993, IREM de Montpellier.

*Histoires d'algorithmes*, 1994, Belin.

*La Mémoire des nombres*, 1997, IREM de Caen.

*Images, imaginaires, imagination*, 1998, Ellipses.